

# ISOSTÁTICAS

## Cálculo de reacciones en vigas

*Versión 1.0 – Manual Teórico*

Jaime Retama Velasco  
Ingeniería Civil  
Facultad de Estudios Superiores Aragón  
Universidad Nacional Autónoma de México  
jretamav@comunidad.unam.mx

Noviembre 2024



# Índice general

|                                                 |          |
|-------------------------------------------------|----------|
| <b>1. Introducción</b>                          | <b>1</b> |
| <b>2. Fundamentos de la estática</b>            | <b>3</b> |
| 2.1. Convención de signos . . . . .             | 3        |
| 2.2. Definición de viga . . . . .               | 4        |
| 2.3. Tipos de apoyos . . . . .                  | 5        |
| 2.3.1. Simple . . . . .                         | 5        |
| 2.3.2. Móvil . . . . .                          | 5        |
| 2.3.3. Empotre . . . . .                        | 6        |
| 2.4. Proceso de análisis . . . . .              | 6        |
| <b>3. Vigas simplemente apoyadas</b>            | <b>9</b> |
| 3.1. Carga puntual . . . . .                    | 9        |
| 3.1.1. Al centro del claro . . . . .            | 9        |
| 3.1.2. Desfasada del centro del claro . . . . . | 10       |
| 3.2. Carga uniformemente distribuida . . . . .  | 10       |
| 3.2.1. En todo el claro . . . . .               | 11       |
| 3.2.2. En parte del claro . . . . .             | 11       |
| 3.3. Carga triangular . . . . .                 | 12       |
| 3.3.1. En todo el claro . . . . .               | 12       |
| 3.3.2. En parte del claro . . . . .             | 13       |
| 3.4. Carga trapezoidal . . . . .                | 13       |
| 3.4.1. En todo el claro . . . . .               | 13       |
| 3.4.2. En parte del claro . . . . .             | 14       |

|                                                 |           |
|-------------------------------------------------|-----------|
| 3.5. Momento puntual . . . . .                  | 15        |
| 3.5.1. Desfasado del centro del claro . . . . . | 15        |
| <b>4. Vigas en cantiliever</b>                  | <b>17</b> |
| 4.1. Carga puntual . . . . .                    | 17        |
| 4.1.1. En el extremo libre . . . . .            | 17        |
| 4.1.2. Dentro del claro . . . . .               | 18        |
| 4.2. Carga uniformemente distribuida . . . . .  | 18        |
| 4.2.1. En todo el claro . . . . .               | 19        |
| 4.2.2. En parte del claro . . . . .             | 19        |
| 4.3. Carga triangular . . . . .                 | 20        |
| 4.3.1. En todo el claro . . . . .               | 20        |
| 4.3.2. En parte del claro . . . . .             | 21        |
| 4.4. Carga trapezoidal . . . . .                | 21        |
| 4.4.1. En todo el claro . . . . .               | 21        |
| 4.4.2. En parte del claro . . . . .             | 22        |
| 4.5. Momento puntual . . . . .                  | 23        |

# Índice de figuras

|                                                                                  |    |
|----------------------------------------------------------------------------------|----|
| 2.1. Convención de signos de la estática. . . . .                                | 4  |
| 2.2. Elemento viga. . . . .                                                      | 5  |
| 2.3. Apoyo simple. . . . .                                                       | 5  |
| 2.4. Apoyo móvil. . . . .                                                        | 6  |
| 2.5. Apoyo empotrado. . . . .                                                    | 6  |
| 3.1. Simplemente apoyada. Carga puntual al centro. . . . .                       | 9  |
| 3.2. Simplemente apoyada. Carga desfasada. . . . .                               | 10 |
| 3.3. Simplemente apoyada. Carga uniformemente distribuida en todo el claro. . .  | 11 |
| 3.4. Simplemente apoyada. Carga uniformemente distribuida en parte del claro. .  | 12 |
| 3.5. Simplemente apoyada. Carga triangular en todo el claro. . . . .             | 12 |
| 3.6. Simplemente apoyada. Carga triangular en parte del claro. . . . .           | 13 |
| 3.7. Simplemente apoyada. Carga trapezoidal en todo el claro. . . . .            | 14 |
| 3.8. Simplemente apoyada. Carga trapezoidal en parte del claro. . . . .          | 14 |
| 3.9. Simplemente apoyada. Momento puntual. . . . .                               | 15 |
| 4.1. En cantiliever. Carga puntual en el extremo libre. . . . .                  | 18 |
| 4.2. En cantiliever. Carga puntual dentro del claro. . . . .                     | 18 |
| 4.3. En cantiliever. Carga uniformemente distribuida en todo el claro. . . . .   | 19 |
| 4.4. En cantiliever. Carga uniformemente distribuida en parte del claro. . . . . | 20 |
| 4.5. En cantiliever. Carga triangular en todo el claro. . . . .                  | 20 |
| 4.6. En cantiliever. Carga triangular en parte del claro. . . . .                | 21 |
| 4.7. En cantiliever. Carga trapezoidal en todo el claro. . . . .                 | 22 |
| 4.8. En cantiliever. Carga trapezoidal en parte del claro. . . . .               | 22 |

|                                                |    |
|------------------------------------------------|----|
| 4.9. En cantiliever. Momento puntual . . . . . | 23 |
|------------------------------------------------|----|

# Capítulo 1

## Introducción

El estudio de las estructuras se fundamenta en los principios teóricos de la **mecánica**, vista esta como una de las ramas de la **física** que estudia el comportamiento de los *sólidos* y los *fluidos* bajo la acción de un sistema de fuerzas externas. El comportamiento de los sólidos se estudia en la *mecánica de sólidos*, que se divide en mecánica de *cuerpos no deformables* y mecánica de *cuerpos deformables*, [1, 3, 6, 7, 9].

La mecánica de cuerpos no deformables se divide en **estática**, que se encarga del estudio de los cuerpos en *reposo*, y **dinámica**, que estudia el comportamiento de los cuerpos en *movimiento*, [2, 5, 8].

Para conocer el comportamiento mecánico de los cuerpos no deformables en reposo, basta con aplicar los principios de la estática que implican un análisis de cuerpo rígido, no se considera la deformación experimentada por el cuerpo, al momento de aplicar las ecuaciones de *equilibrio estático*. Este tipo de análisis es el que se realiza para obtener las fuerzas de reacción que se desarrollan en las vigas cuando éstas se someten a un sistema de fuerzas externas.

En este reporte se presentan los fundamentos teóricos que se utilizaron para el desarrollo de la aplicación que permite el estudio de vigas isostáticas de un solo claro, simplemente apoyadas y en cantiliever, sujetas a la acción de diferentes tipos de fuerzas: puntual, momento, y distribuidas. El objetivo principal es determinar las reacciones en los apoyos mediante la aplicación de las ecuaciones de equilibrio de la estática.

En el capítulo 2 se presentan algunos de los principios fundamentales de la estática que se aplican al estudio de los cuerpos rígidos, *i.e.*, ecuaciones de equilibrio, que permiten conocer las reacciones que se desarrollan en los apoyos de las diferentes vigas que se incluyen en la aplicación. Se da una definición de *viga* de acuerdo a la *mecánica de sólidos*. Se establece la convención de signos de la estática, además se da una descripción general de los diferentes apoyos que se tienen y las restricciones que estos imponen al movimiento de los cuerpos.

En los capítulos 3 y 4 se describen las vigas simplemente apoyadas y en cantiliever, respectivamente, y se definen los tipos de carga que se consideran en el estudio de las vigas. Se hace un análisis de cuerpo rígido que permite obtener las fuerzas de reacción que tienen lugar en

los apoyos. De manera general se da un procedimiento, que implica aplicar las ecuaciones de equilibrio de la estática, para llegar a obtener las reacciones.

Al final de reporte se presenta la bibliografía de consulta que puede ser de ayuda para los usuarios que estén interesados en realizar un estudio más profundo sobre el comportamiento mecánico de las vigas, así como conocer las diferentes teorías de vigas que se tienen en la mecánica estructural.

# Capítulo 2

## Fundamentos de la estática

El estudio de las vigas, considerando un análisis de cuerpo rígido, se aborda en el área de las **estructuras isostáticas**. En ella se aplican las ecuaciones de equilibrio de la estática para poder determinar las fuerzas reactivas que se desarrollan en los apoyos de las vigas; cuando se les aplica un sistema de fuerzas externas.

La **estática** es encargada del estudio de los *cuerpos no deformables* en reposo, o con velocidad constante, [5, 8]. Para ello, la estática se apoya en las ecuaciones de equilibrio, derivadas de la *primera ley de Newton*, *i.e.*, a toda acción corresponde una reacción de igual magnitud pero de sentido contrario. Para el caso de un análisis en dos dimensiones:

Sumatoria de fuerzas en la dirección  $x$ ,

$$\sum F_x = 0 \tag{2.1}$$

Sumatoria de fuerzas en la dirección  $y$ ,

$$\sum F_y = 0 \tag{2.2}$$

Sumatoria de momentos alrededor del eje  $z$ ,

$$\sum M_z = 0 \tag{2.3}$$

### 2.1. Convención de signos

En este reporte y en la aplicación se utiliza la **regla de la mano derecha** para establecer la dirección positiva de los ejes. En la figura 2.1 se muestra la convención de signos de la

estática adoptada. Las fuerzas horizontales, en el eje  $x$ , son positivas cuando apuntan hacia la derecha. Las fuerzas verticales, en el eje  $y$ , son positivas cuando apuntan hacia arriba. Los momentos que actúan alrededor del eje  $z$ , son positivos cuando éstos provocan un giro en el sentido contrario al de las manecillas del reloj.

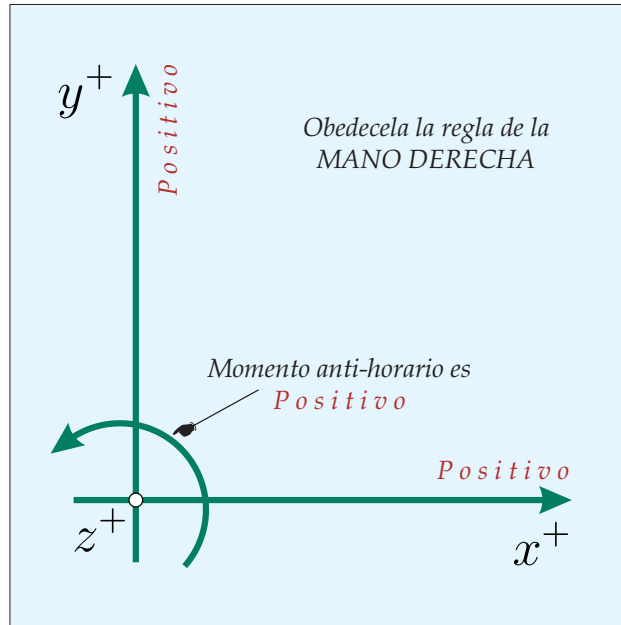


Figura 2.1: Convención de signos de la estática.

## 2.2. Definición de viga

En este reporte se utiliza la definición de **viga** dada por la *mecánica de sólidos* y la *mecánica estructural*, [1, 7, 9]. Se establece que el eje  $x$  sea el eje axial de la viga.

Una viga es un elemento estructural, de eje recto o curvo, en la que una de las dimensiones es mucho mayor a las otras dos dimensiones y en la que las fuerzas aplicadas solo provocan *flexión*; lo que implica que las fuerzas aplicadas sean de forma perpendicular al eje axial de la viga y momentos respecto al eje  $z$ . Con esta definición se descarta cualquier tipo de fuerza que tenga componente horizontal en el eje  $x$ .

En la figura 2.2 se muestra gráficamente la definición que se hizo sobre un elemento viga. El eliminar cualquier tipo de fuerza que pudiera tener componentes horizontales, evita considerar los efectos axiales que estas provocan en la viga, por lo que únicamente se utilizan dos ecuaciones de equilibrio, *i.e.*, sumatoria de fuerzas en  $y$  y sumatoria de momento alrededor del eje  $z$ .

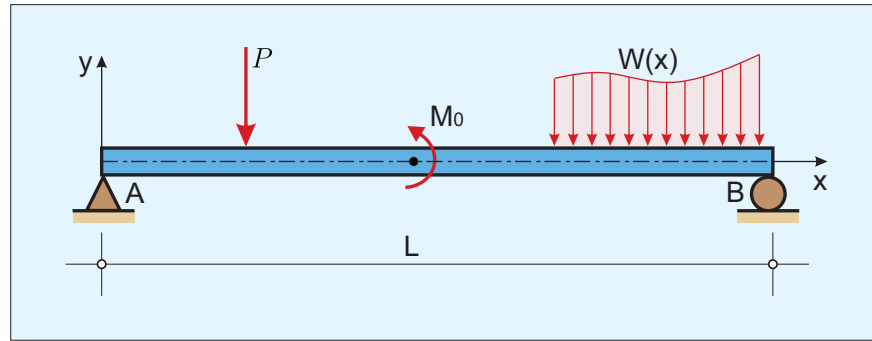


Figura 2.2: Elemento viga.

## 2.3. Tipos de apoyos

A continuación se muestran esquemáticamente los tipos de apoyos utilizados en este reporte y en la aplicación, y se dan sus características atendiendo a las restricciones que cada uno de ellos impone a los movimientos que pudiera presentar los puntos de apoyo de las vigas.

### 2.3.1. Simple

En la figura 2.3 se muestra un esquema típico de un apoyo simple. Este tipo de apoyo impide el movimiento en la dirección  $x$  y en la dirección  $y$ ; y solo permite el giro alrededor del eje  $z$ . Las correspondientes reacciones son en las direcciones en las que se tiene restringido el movimiento. Para este caso se tendría reacción en  $x$  y reacción en  $y$ .

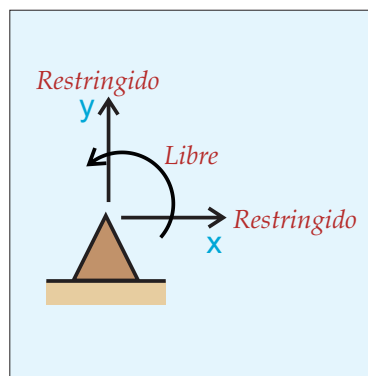


Figura 2.3: Apoyo simple.

### 2.3.2. Móvil

Un esquema de este tipo de apoyo se muestra en la figura 2.4, que se caracteriza por permitir el desplazamiento horizontal en el eje  $x$  y el giro alrededor del eje  $z$ . Únicamente restringe el

movimiento vertical en la dirección  $y$ . La reacción que se tiene para este caso es únicamente en  $y$ , ya que es el único movimiento que se tiene restringido.

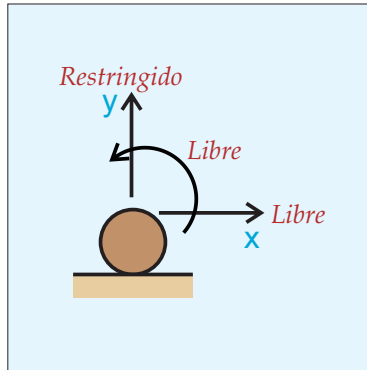


Figura 2.4: Apoyo móvil.

### 2.3.3. Empotre

Este tipo de apoyo es el que restringe cualquier movimiento que se pudiera presentar en alguno de sus puntos de apoyo de la viga, como se observa en la figura 2.5. Derivado de este hecho, se presentan tres reacciones en el apoyo: horizontal en  $x$ , vertical en  $y$ , y momento alrededor del eje  $z$ .

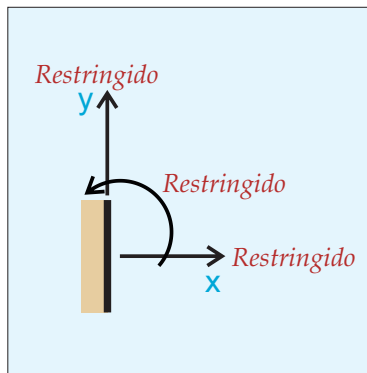


Figura 2.5: Apoyo empotrado.

## 2.4. Proceso de análisis

El proceso general utilizado en este reporte, y en la aplicación; es la que a continuación se menciona.

1. Diagrama de cuerpo libre. En este diagrama se muestran las fuerzas externas actuantes y se sustituyen los apoyos por las respectivas reacciones que se presentan.

2. Aplicar una de las dos ecuaciones de equilibrio. Esto permite obtener una de las dos reacciones.
3. Aplicar la segunda ecuación de equilibrio. Con ello se obtiene la segunda reacción.

Para el segundo paso, al momento de aplicar las ecuaciones de equilibrio de la estática, para el caso de vigas simplemente apoyadas; es conveniente, hacer sumatoria de momentos respecto a uno de los apoyos, lo que elimina una de las reacciones. Para el caso de vigas en cantiliever, es preferible realizar sumatoria de fuerzas en la dirección  $y$ . Finalmente se aplica la ecuación de equilibrio restante, para obtener la segunda reacción.

Para una viga simplemente apoyada se obtienen las reacciones:

$$A_y, \text{ y } B_y$$

Mientras que para una viga en cantiliever las respectivas reacciones a obtener son;

$$A_y, \text{ y } M_A$$



# Capítulo 3

## Vigas simplemente apoyadas

Una viga simplemente apoyada es aquella estructura que se encuentra restringida en dos puntos, uno de ellos puede ser un *apoyo fijo* y el otro un *apoyo móvil*; ambos impiden el movimiento vertical de esos puntos y solo permiten su rotación alrededor del eje  $z$ , [4], como se observa en las figuras que a continuación se tienen.

### 3.1. Carga puntual

La carga puntual  $P$  actúa de forma perpendicular al eje axial de la viga, pudiendo estar aplicada al centro de la viga o en cualquier otro punto a lo largo de la misma; dada en unidades de *fuerza*.

#### 3.1.1. Al centro del claro

En la figura 3.1 se muestra una viga simplemente apoyada sujeta a la acción de una carga puntual de intensidad  $P$ , al centro del claro. Para calcular las reacciones, se procede a aplicar las ecuaciones de equilibrio de la estática:

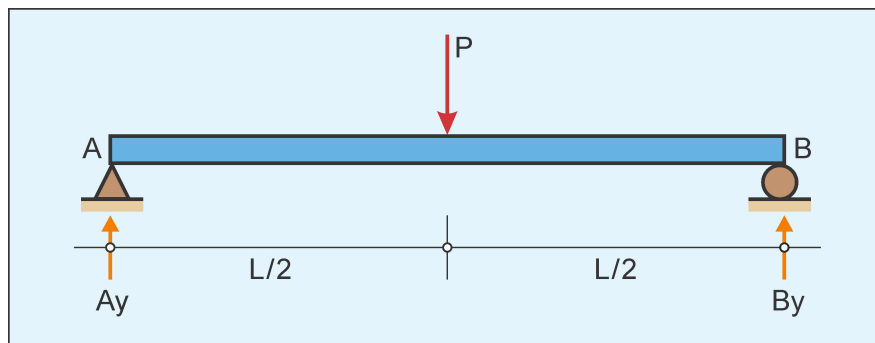


Figura 3.1: Simplemente apoyada. Carga puntual al centro.

Sumatoria de momento en el punto B,  $\sum M_B = 0$ ,

$$A_y = \frac{P}{2} \quad (3.1)$$

Sumatoria de fuerzas en la dirección vertical  $y$ ,  $\sum F_y = 0$ ,

$$B_y = \frac{P}{2} \quad (3.2)$$

### 3.1.2. Desfasada del centro del claro

En la figura 3.2 se muestra una viga simplemente apoyada sujeta a la acción de una carga puntual de intensidad  $P$ , en un punto desfasado del centro del claro. Para calcular las reacciones, se procede a aplicar las ecuaciones de equilibrio de la estática:

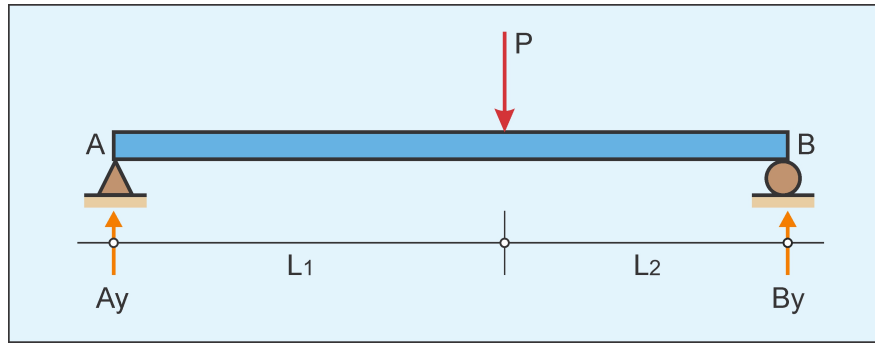


Figura 3.2: Simplemente apoyada. Carga desfasada.

Sumatoria de momento en el punto B,  $\sum M_B = 0$ ,

$$A_y = \frac{PL_2}{L} \quad (3.3)$$

Sumatoria de fuerzas en la dirección vertical  $y$ ,  $\sum F_y = 0$ ,

$$B_y = \frac{PL_1}{L} \quad (3.4)$$

## 3.2. Carga uniformemente distribuida

Este tipo de carga presenta una distribución lineal constante con intensidad  $W$ . Se aplica de forma perpendicular al eje axial de la viga, en todo o parte del claro; dada en unidades de *fuerza* entre unidades de *longitud*.

### 3.2.1. En todo el claro

En la figura 3.3 se muestra una viga simplemente apoyada sujeta a la acción de una carga uniformemente distribuida de intensidad  $W$ , en todo el claro. Para calcular las reacciones, se procede a aplicar las ecuaciones de equilibrio de la estática:

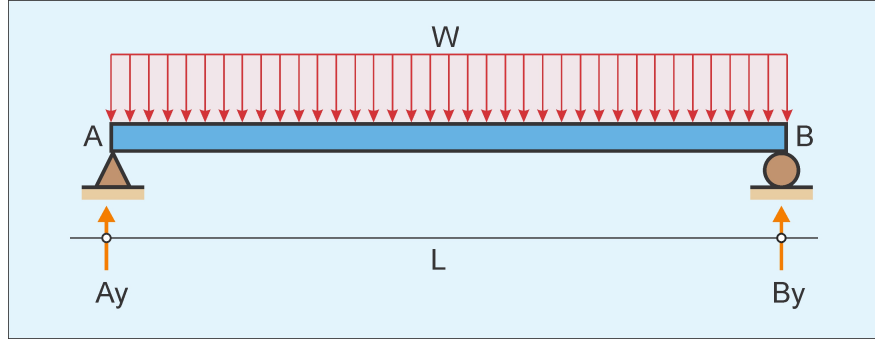


Figura 3.3: Simplemente apoyada. Carga uniformemente distribuida en todo el claro.

Sumatoria de momento en el punto B,  $\sum M_B = 0$ ,

$$A_y = \frac{WL}{2} \quad (3.5)$$

Sumatoria de fuerzas en la dirección vertical  $y$ ,  $\sum F_y = 0$ ,

$$B_y = \frac{WL}{2} \quad (3.6)$$

### 3.2.2. En parte del claro

En la figura 3.4 se muestra una viga simplemente apoyada sujeta a la acción de una carga uniformemente distribuida de intensidad  $W$ , en parte del claro. Para calcular las reacciones, se procede a aplicar las ecuaciones de equilibrio de la estática:

Sumatoria de momento en el punto B,  $\sum M_B = 0$ ,

$$A_y = \frac{WL_2}{L} \left( \frac{L_2}{2} + L_3 \right) \quad (3.7)$$

Sumatoria de fuerzas en la dirección vertical  $y$ ,  $\sum F_y = 0$ ,

$$B_y = \frac{WL_2}{L} \left( \frac{L_2}{2} + L_1 \right) \quad (3.8)$$

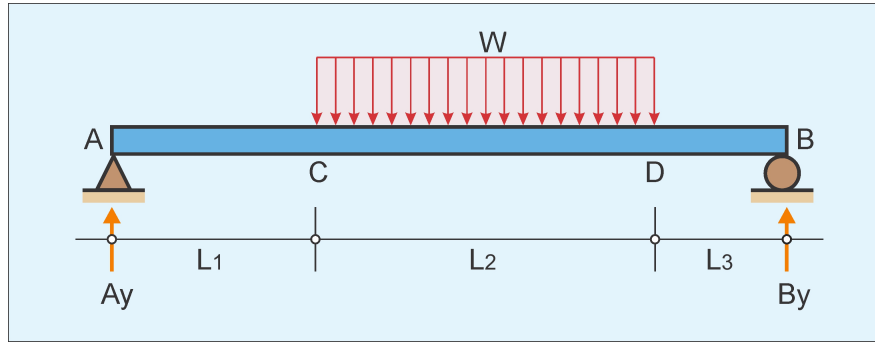


Figura 3.4: Simplemente apoyada. Carga uniformemente distribuida en parte del claro.

### 3.3. Carga triangular

Este tipo de carga presenta una distribución lineal que varía desde cero hasta su valor máximo  $W$ . Se aplica de forma perpendicular al eje axial de la viga, en todo o parte del claro; dada en unidades de *fuerza* entre unidades de *longitud*.

#### 3.3.1. En todo el claro

En la figura 3.5 se muestra una viga simplemente apoyada sujeta a la acción de una carga distribuida con variación triangular de intensidad  $W$ , en todo el claro. Para calcular las reacciones, se procede a aplicar las ecuaciones de equilibrio de la estática:

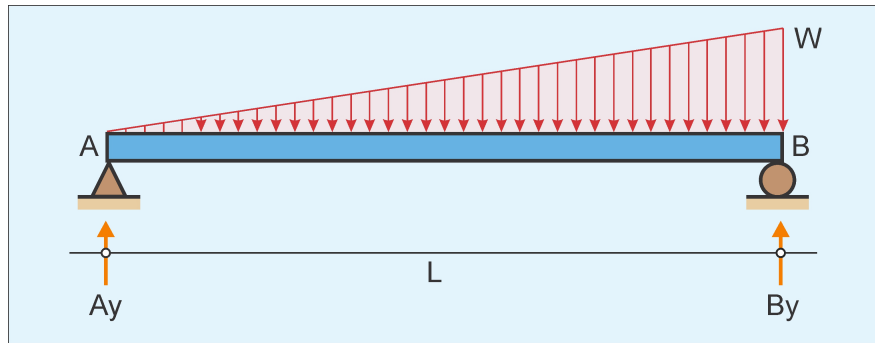


Figura 3.5: Simplemente apoyada. Carga triangular en todo el claro.

Sumatoria de momento en el punto  $B$ ,  $\sum M_B = 0$ ,

$$A_y = \frac{WL}{6} \quad (3.9)$$

Sumatoria de fuerzas en la dirección vertical  $y$ ,  $\sum F_y = 0$ ,

$$B_y = \frac{WL}{3} \quad (3.10)$$

### 3.3.2. En parte del claro

En la figura 3.6 se muestra una viga simplemente apoyada sujeta a la acción de una carga distribuida con variación triangular de intensidad  $W$ , en parte del claro. Para calcular las reacciones, se procede a aplicar las ecuaciones de equilibrio de la estática:

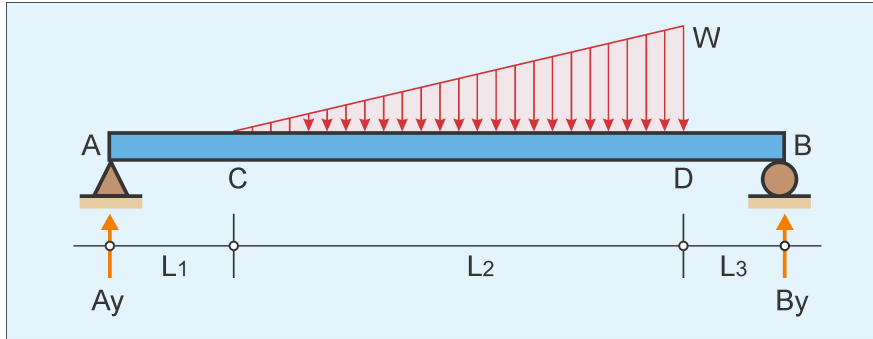


Figura 3.6: Simplemente apoyada. Carga triangular en parte del claro.

Sumatoria de momento en el punto B,  $\sum M_B = 0$ ,

$$A_y = \frac{WL_2}{2L} \left( \frac{L_2}{3} + L_3 \right) \quad (3.11)$$

Sumatoria de fuerzas en la dirección vertical  $y$ ,  $\sum F_y = 0$ ,

$$B_y = \frac{WL_2}{2L} \left( \frac{2L_2}{3} + L_1 \right) \quad (3.12)$$

## 3.4. Carga trapezoidal

Este tipo de carga presenta una distribución lineal que varía desde  $W_a$  hasta  $W_b$ . Se aplica de forma perpendicular al eje axial de la viga, en todo o parte del claro; dada en unidades de *fuerza* entre unidades de *longitud*.

### 3.4.1. En todo el claro

En la figura 3.7 se muestra una viga simplemente apoyada sujeta a la acción de una carga distribuida con variación trapezoidal de intensidad  $W_a$  en el punto A y  $W_b$  en el punto B, en

todo el claro. Para calcular las reacciones, se procede a aplicar las ecuaciones de equilibrio de la estática:

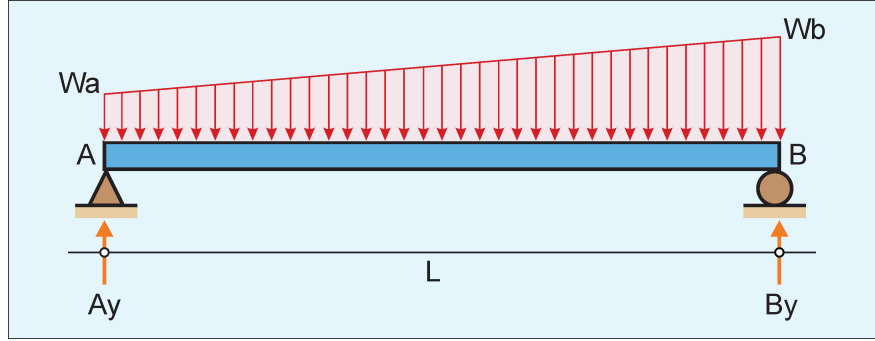


Figura 3.7: Simplemente apoyada. Carga trapezoidal en todo el claro.

Sumatoria de momento en el punto B,  $\sum M_B = 0$ ,

$$A_y = (2W_a + W_b) \frac{L}{6} \quad (3.13)$$

Sumatoria de fuerzas en la dirección vertical  $y$ ,  $\sum F_y = 0$ ,

$$B_y = (W_a + 2W_b) \frac{L}{6} \quad (3.14)$$

### 3.4.2. En parte del claro

En la figura 3.8 se muestra una viga simplemente apoyada sujeta a la acción de una carga distribuida con variación trapezoidal de intensidad  $W_a$  en el punto A y  $W_b$  en el punto B, en parte del claro. Para calcular las reacciones, se procede a aplicar las ecuaciones de equilibrio de la estática:

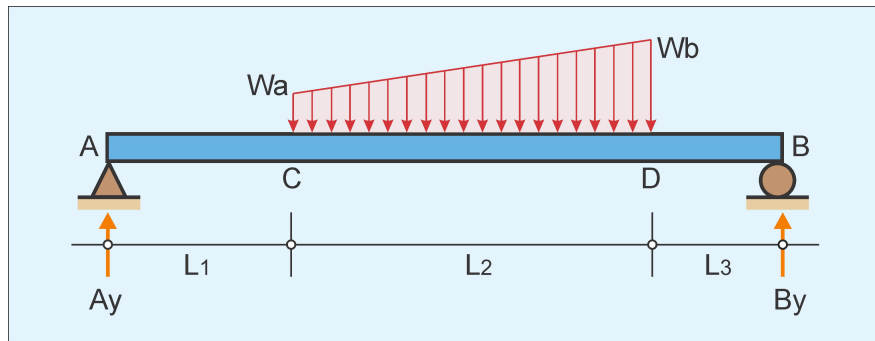


Figura 3.8: Simplemente apoyada. Carga trapezoidal en parte del claro.

Sumatoria de momento en el punto B,  $\sum M_B = 0$ ,

$$A_y = \frac{L_2}{6L} [3L_3(W_a + W_b) + L_2(2W_a + W_b)] \quad (3.15)$$

Sumatoria de fuerzas en la dirección vertical  $y$ ,  $\sum F_y = 0$ ,

$$B_y = \frac{L_2}{6L} [3L_1(W_a + W_b) + L_2(W_a + 2W_b)] \quad (3.16)$$

### 3.5. Momento puntual

Este tipo de carga es un momento de intensidad  $M_0$  que provoca un giro en la viga alrededor del eje  $z$ . Se puede aplicar en cualquier punto de la viga a lo largo de su eje axial. Está dado en dado en unidades de *fuerza* por unidades de *longitud*.

#### 3.5.1. Desfasado del centro del claro

En la figura 3.9 se muestra una viga simplemente apoyada sujeta a la acción de un momento puntual de intensidad  $M_0$  en un punto desfasado del centro del claro. Para calcular las reacciones, se procede a aplicar las ecuaciones de equilibrio de la estática:

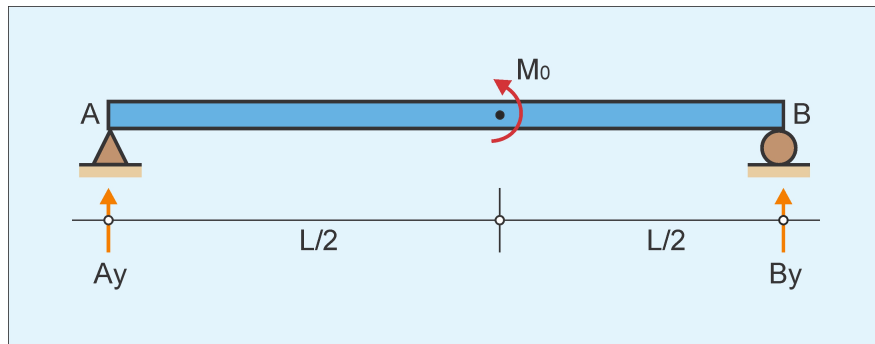


Figura 3.9: Simplemente apoyada. Momento puntual.

Sumatoria de momento en el punto B,  $\sum M_B = 0$ ,

$$A_y = \frac{M_0}{L} \quad (3.17)$$

Sumatoria de fuerzas en la dirección vertical  $y$ ,  $\sum F_y = 0$ ,

$$B_y = -\frac{M_0}{L} \quad (3.18)$$



# Capítulo 4

## Vigas en cantiliever

Una viga en cantiliever es aquella estructura que se encuentra restringida en uno de sus extremos, impidiendo que se produzca una traslación vertical y que gire alrededor del eje  $z$ , *i.e.*, **empotre**; mientras que el otro extremo se encuentra libre, permitiendo la traslación vertical y el giro, [4]. En las figuras que a continuación se muestran, se observa este tipo de vigas.

### 4.1. Carga puntual

La carga puntual  $P$  actúa de forma perpendicular al eje axial de la viga, pudiendo estar aplicada al centro de la viga o en cualquier otro punto a lo largo de la misma; dada en unidades de *fuerza*.

#### 4.1.1. En el extremo libre

En la figura 4.1 se muestra una viga en cantiliever, empotrada en el punto A, sujeta a la acción de una carga puntual de intensidad  $P$ , en el extremo libre del claro. Para calcular las reacciones, se procede a aplicar las ecuaciones de equilibrio de la estática:

Sumatoria de momento en el punto B,  $\sum M_B = 0$ ,

$$A_y = P \tag{4.1}$$

Sumatoria de fuerzas en la dirección vertical  $y$ ,  $\sum F_y = 0$ ,

$$M_A = PL \tag{4.2}$$

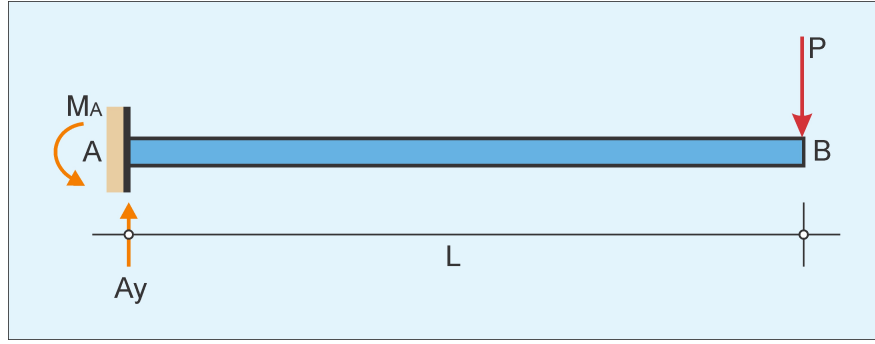


Figura 4.1: En cantiliever. Carga puntual en el extremo libre.

#### 4.1.2. Dentro del claro

En la figura 4.2 se muestra una viga en cantiliever, empotrada en el punto A, sujeta a la acción de una carga puntual de intensidad  $P$ , dentro del claro. Para calcular las reacciones, se procede a aplicar las ecuaciones de equilibrio de la estática:

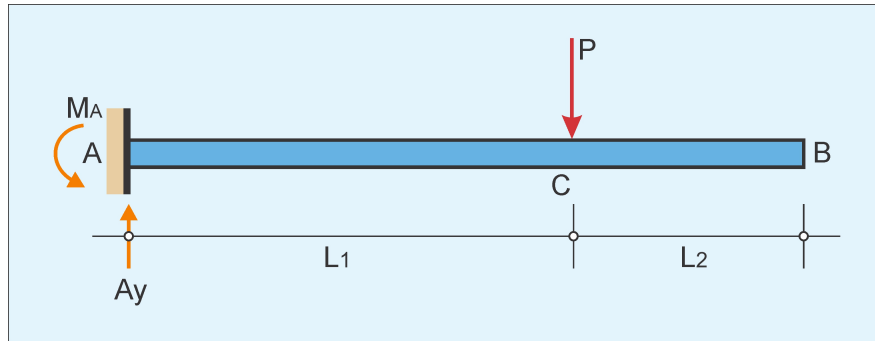


Figura 4.2: En cantiliever. Carga puntual dentro del claro.

Sumatoria de momento en el punto B,  $\sum M_B = 0$ ,

$$A_y = P \quad (4.3)$$

Sumatoria de fuerzas en la dirección vertical  $y$ ,  $\sum F_y = 0$ ,

$$M_A = PL_1 \quad (4.4)$$

## 4.2. Carga uniformemente distribuida

Este tipo de carga presenta una distribución lineal constante con intensidad  $W$ . Se aplica de forma perpendicular al eje axial de la viga, en todo o parte del claro; dada en unidades de *fuerza* entre unidades de *longitud*.

### 4.2.1. En todo el claro

En la figura 4.3 se muestra una viga en cantilever, empotrada en el punto A, sujeta a la acción de una carga uniformemente distribuida de intensidad  $W$ , en todo el claro. Para calcular las reacciones, se procede a aplicar las ecuaciones de equilibrio de la estática:

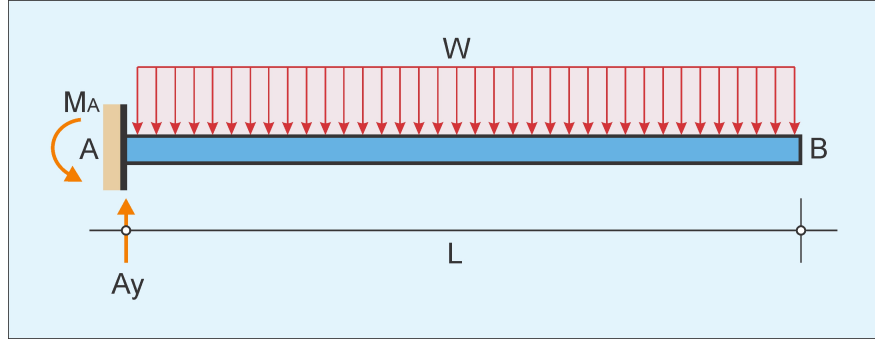


Figura 4.3: En cantilever. Carga uniformemente distribuida en todo el claro.

Sumatoria de momento en el punto B,  $\sum M_B = 0$ ,

$$A_y = WL \quad (4.5)$$

Sumatoria de fuerzas en la dirección vertical  $y$ ,  $\sum F_y = 0$ ,

$$M_A = \frac{WL^2}{2} \quad (4.6)$$

### 4.2.2. En parte del claro

En la figura 4.4 se muestra una viga en cantilever, empotrada en el punto A, sujeta a la acción de una carga uniformemente distribuida de intensidad  $W$ , en parte del claro. Para calcular las reacciones, se procede a aplicar las ecuaciones de equilibrio de la estática:

Sumatoria de momento en el punto B,  $\sum M_B = 0$ ,

$$A_y = WL_2 \quad (4.7)$$

Sumatoria de fuerzas en la dirección vertical  $y$ ,  $\sum F_y = 0$ ,

$$M_A = \frac{WL_2(2L_1 + L_2)}{2} \quad (4.8)$$

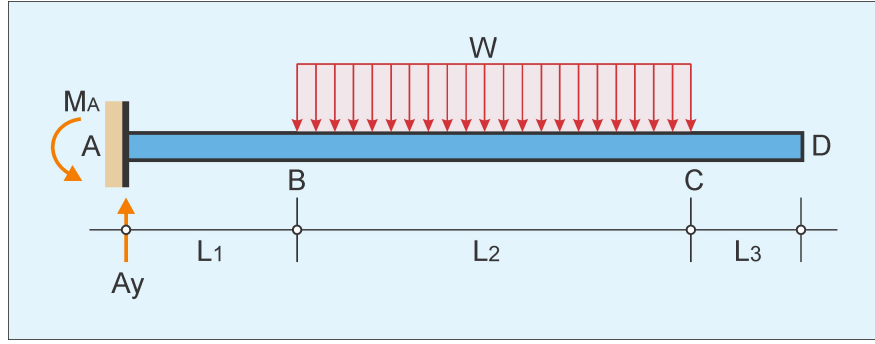


Figura 4.4: En cantiliever. Carga uniformemente distribuida en parte del claro.

### 4.3. Carga triangular

Este tipo de carga presenta una distribución lineal que varía desde cero hasta su valor máximo  $W$ . Se aplica de forma perpendicular al eje axial de la viga, en todo o parte del claro; dada en unidades de *fuerza* entre unidades de *longitud*.

#### 4.3.1. En todo el claro

En la figura 4.5 se muestra una viga en cantiliever, empotrada en el punto A, sujeta a la acción de una carga distribuida con variación triangular de intensidad  $W$ , en todo el claro. Para calcular las reacciones, se procede a aplicar las ecuaciones de equilibrio de la estática:

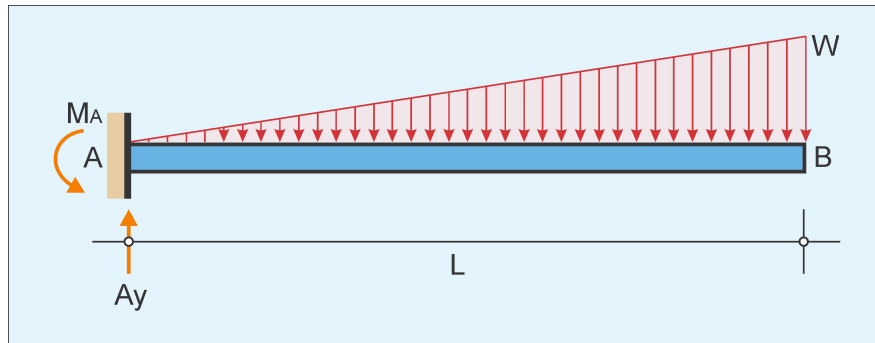


Figura 4.5: En cantiliever. Carga triangular en todo el claro.

Sumatoria de momento en el punto B,  $\sum M_B = 0$ ,

$$A_y = \frac{WL}{2} \quad (4.9)$$

Sumatoria de fuerzas en la dirección vertical  $y$ ,  $\sum F_y = 0$ ,

$$M_A = \frac{WL^2}{3} \quad (4.10)$$

### 4.3.2. En parte del claro

En la figura 4.6 se muestra una viga en cantiliever, empotrada en el punto A, sujeta a la acción de una carga distribuida con variación triangular de intensidad  $W$ , en parte del claro. Para calcular las reacciones, se procede a aplicar las ecuaciones de equilibrio de la estática:

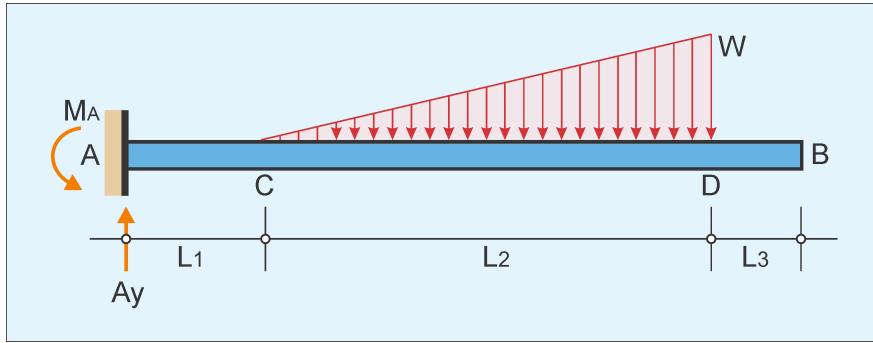


Figura 4.6: En cantiliever. Carga triangular en parte del claro.

Sumatoria de momento en el punto B,  $\sum M_B = 0$ ,

$$A_y = \frac{WL_2}{2} \quad (4.11)$$

Sumatoria de fuerzas en la dirección vertical  $y$ ,  $\sum F_y = 0$ ,

$$M_A = \frac{WL_2(3L_1 + 2L_2)}{6} \quad (4.12)$$

## 4.4. Carga trapezoidal

Este tipo de carga presenta una distribución lineal que varía desde  $W_a$  hasta  $W_b$ . Se aplica de forma perpendicular al eje axial de la viga, en todo o parte del claro; dada en unidades de *fuerza* entre unidades de *longitud*.

### 4.4.1. En todo el claro

En la figura 4.7 se muestra una viga en cantiliever, empotrada en el punto A, sujeta a la acción de una carga distribuida con variación trapezoidal de intensidad  $W_a$  en el punto A

y  $W_b$  en el punto B, en todo el claro. Para calcular las reacciones, se procede a aplicar las ecuaciones de equilibrio de la estática:

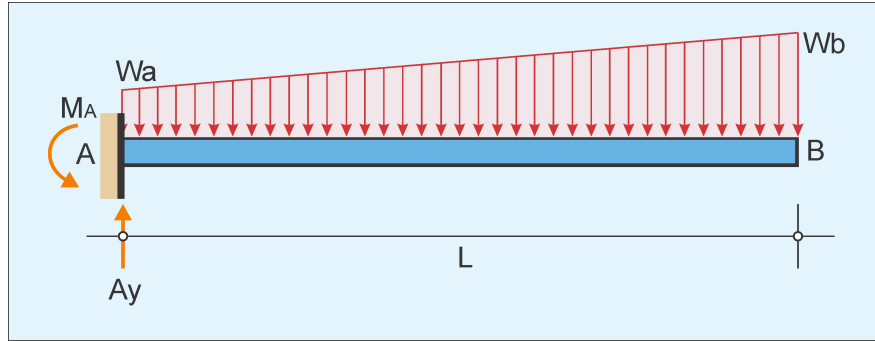


Figura 4.7: En cantiliever. Carga trapezoidal en todo el claro.

Sumatoria de momento en el punto B,  $\sum M_B = 0$ ,

$$A_y = \frac{(W_a + W_b)L}{2} \quad (4.13)$$

Sumatoria de fuerzas en la dirección vertical  $y$ ,  $\sum F_y = 0$ ,

$$M_A = \frac{(W_a + 2W_b)L^2}{6} \quad (4.14)$$

#### 4.4.2. En parte del claro

En la figura 4.8 se muestra una viga en cantiliever, empotrada en el punto A, sujeta a la acción de una carga distribuida con variación trapezoidal de intensidad  $W_a$  en el punto C y  $W_b$  en el punto D, en parte del claro. Para calcular las reacciones, se procede a aplicar las ecuaciones de equilibrio de la estática:

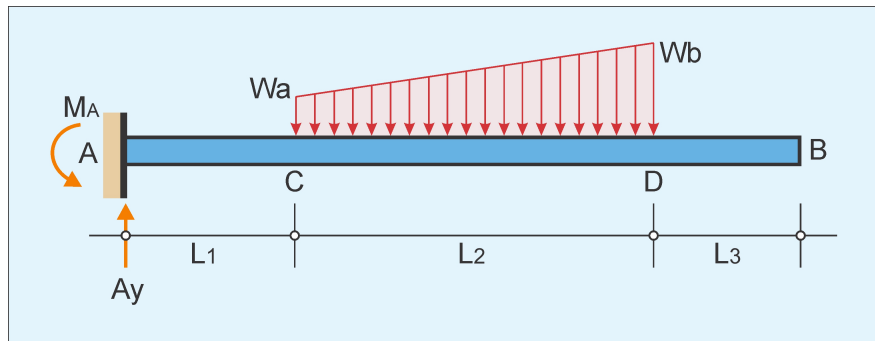


Figura 4.8: En cantiliever. Carga trapezoidal en parte del claro.

Sumatoria de momento en el punto B,  $\sum M_B = 0$ ,

$$A_y = \frac{(W_a + W_b)L_2}{2} \quad (4.15)$$

Sumatoria de fuerzas en la dirección vertical  $y$ ,  $\sum F_y = 0$ ,

$$M_A = \frac{L_2}{6} [3L_1(W_a + W_b) + L_2(W_a + 2W_b)] \quad (4.16)$$

## 4.5. Momento puntual

En la figura 4.9 se muestra una viga en cantiliever, empotrada en el punto A, sujeta a la acción de un momento puntual de intensidad  $M_0$ , en un punto dentro del claro. Para calcular las reacciones, se procede a aplicar las ecuaciones de equilibrio de la estática:

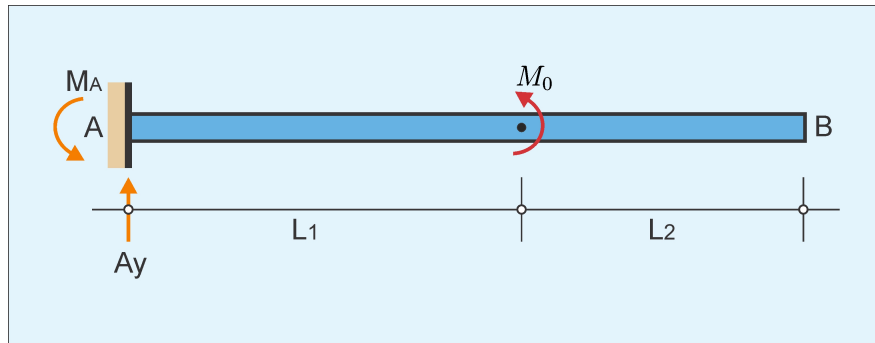


Figura 4.9: En cantiliever. Momento puntual

Sumatoria de momento en el punto B,  $\sum M_B = 0$ ,

$$A_y = 0 \quad (4.17)$$

Sumatoria de fuerzas en la dirección vertical  $y$ ,  $\sum F_y = 0$ ,

$$M_A = -M_0 \quad (4.18)$$



# Bibliografía

- [1] M. Ameen. *Computational elasticity*. Alpha Science, Oxford, UK, 2010. ISBN: 978–1842654491.
- [2] F. P. Beer, E. R. Johnston Jr., and D. F. Mazurek. *Mecánica vectorial para ingenieros. Estática*. McGraw–Hill, México DF, México, 2017. ISBN: 978–1456255275.
- [3] Y. C. Fung. *Foundations of solid mechanics*. Prentice–Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, first edition, 1965. ISBN: 978–0133299120.
- [4] J. M. Gere and S. P. Timoshenko. *Mecánica de materiales*. Grupo Editorial Iberoamérica, México, D.F., México, 1986. ISBN: 978–7270160.
- [5] R. C. Hibbeler. *Engineering mechanics. Statics*. Pearson Prentice Hall, Upper Sanddle River, New Jersey, USA, 2013. ISBN: 978–0132915540.
- [6] L. E. Malvern. *Introduction to the mechanics of a continuous medium*. Prentice–Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, first edition, 1969. ISBN: 978–0134876030.
- [7] J. T. Oden and E. A. Ripperger. *Mechanics of elastic structures*. McGraw–Hill, New York, 1981. ISBN: 978–0070475076.
- [8] A. S. Ramsey. *Statics*. Cambridge University Press, New York, USA, 2009. ISBN: 978–1108003155.
- [9] J. N. Reddy. *Energy principles and variational methods in applied mechanics*. John Wiley & Sons, Chichester, UK, 19622017. ISBN: 978–1119087373.